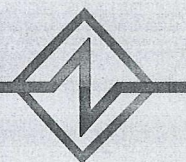


ISBN 5-7763-2106-9

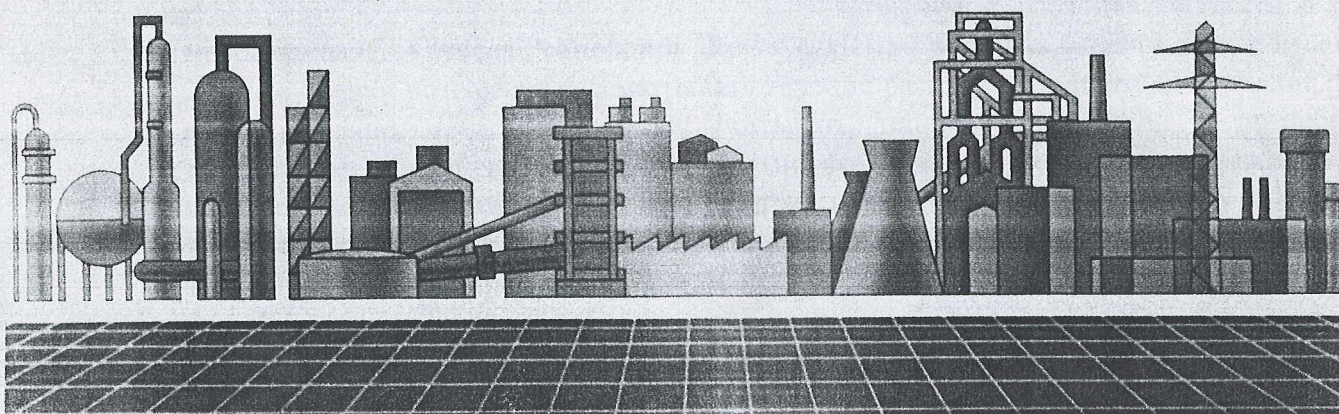
ISBN 5-7763-2107-7

ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ

ЩОКВАРТАЛЬНИЙ НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ



2'99



Л.М. Ульев

ТЕПЛООБМЕН ПРИ МЕДЛЕННОМ ТЕЧЕНИИ В КОАКСИАЛЬНЫХ КОНИЧЕСКИХ КОНФУЗОРАХ ДЛЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПЕРВОГО РОДА

При определении оптимальных технологических и конструкционных параметров формулирующего оборудования для производства труб, шлангов, пленок, кабелей приходится решать задачу конвективного теплообмена расплавов полимеров в коаксиальных конических конфузорах, которые являются неотъемлемой частью распределительных устройств экструзионных головок [1,2]. Современные технологии позволяют создавать и поддерживать различные режимы теплообмена на границах каналов, но экспериментальный подбор оптимальных характеристик процесса требует значительных средств. Построение численных моделей процессов переработки также не всегда оправдано, т.к. во многих случаях можно получить адекватные соотношения для расчета параметров течения и теплообмена используя аналитические решения. В дальнейшем полученные решения могут стать основой разработки и тестами для проверки численных, асимптотических и приближенных методов расчета более сложных задач.

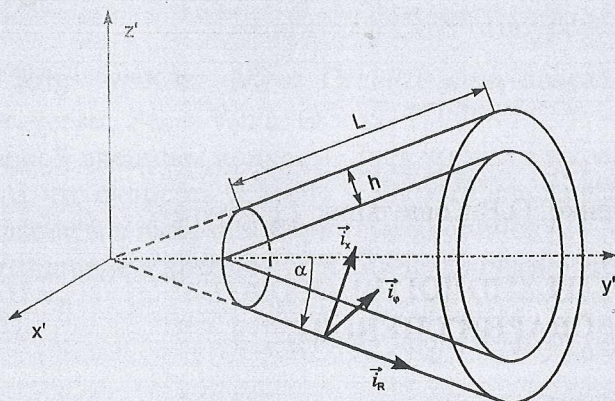


Рис. 1. Геометрия конического зазора постоянной ширины

L – длина конической части канала, м;
 h – ширина зазора, м;
 i_r, i_x, i_ϕ – орты в биконической системе координат

Автором в работах [3-5] решена задача изотермического течения в коаксиальных конических каналах с различным расположением граничных поверхностей. В [6,7] исследован конвективный теплообмен при медленном диффузорном течении в конических зазорах при граничных условиях третьего рода, а в [8,9] при симметричных и антисимметричных граничных условиях первого рода. В данной работе исследуется теплообмен в коаксиальных конических конфузорах с граничными условиями первого рода для расплавов полимеров, которые в пределах изменения параметров переработки ведут себя как ньютоновские жидкости [10]. В [6] показано, что для практически интересных расходов жидкости и раз-

меров канала [3,4] числа Рейнольдса $Re \ll 1$, Нема-Гриффита $Gn \ll 1$, Пекле $Pe > 100$. Данные оценки позволяют рассматривать течение расплава как ползущее течение [11], а в уравнении теплопереноса не учитывать теплоту диссипации и пренебречь изменением кондуктивного теплового потока вдоль течения по сравнению с изменением конвективного теплового потока и, в итоге, записать систему уравнений аксиально-симметричного конвективного теплообмена в биконической системе координат (рис. 1), определяемых преобразованием [12]:

$$z' = R \cos \alpha + X \sin \alpha, \quad (1)$$

$$y' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \sin \varphi, \quad (2)$$

$$x' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \cos \varphi, \quad (3)$$

в виде:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial v}{\partial \chi} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \chi} = -\frac{\cos(\alpha) \sin(\alpha)}{\sigma^2} v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\sigma v) = 0, \quad (6)$$

$$Pe_0 v \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right), \quad (7)$$

где $\xi = R/h$, $\chi = X/h$, $V_0 = Q/\pi h(2R_0 \sin \alpha - h \cos \alpha)$, $v = V_R/V_0$, $\Pi = (P - P_0)h/\gamma V_0$, $\sigma = \xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha$, $Pe_0 = V_0 h/a$, $\Theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$, T_1 – температура поверхности канала, образованной внешним конусом. Знак минус в выражениях (4) и (5) появляется вследствие того, что скорость течения жидкости направлена в сторону уменьшения продольной координаты в выбранной системе координат.

Граничные и краевые условия запишутся в виде:

$$v = 0, \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (8)$$

$$v = 0, \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (9)$$

$$\Pi = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_1, \quad (10)$$

$$\Theta = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_1, \quad (11)$$

$$\Theta = 1, \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (12)$$

$$\Theta = \Theta_2, \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1. \quad (13)$$

Для практически важных случаев, когда $\xi \tan \alpha \gg 1$, решение системы уравнений (4)-(6), (8)-(11) с учетом замены продольной переменной $l = \xi_1 - \xi$ имеет вид:

$$v = \frac{6(2\xi_1 \sin \alpha - \cos \alpha)}{2(\xi_1 - 1) \sin \alpha - \cos \alpha} (\chi^2 - \chi), \quad (14)$$

$$\Pi = -6(\operatorname{ctg}\alpha - 2\xi_1) \ln \frac{\operatorname{ctg}\alpha - 2(\xi_1 - 1)}{\operatorname{ctg}\alpha - 2\xi_1}, \quad (15)$$

и тогда уравнение (7) примет вид:

$$\frac{6\operatorname{Re}_0(2\xi_1 \sin\alpha - \cos\alpha)}{2(\xi_1 - 1)\sin\alpha - \cos\alpha} (\chi^2 - \chi) \frac{\partial \Theta}{\partial l} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \chi^2}. \quad (16)$$

Для того, чтобы получить решение задачи (16), (12), (13), представим его в виде линейной суперпозиции двух решений:

$$\Theta(l, \chi) = \frac{1 + \Theta_2}{2} \Xi_1(l, \chi) + \frac{1 - \Theta_2}{2} \Xi_2(l, \chi), \quad (17)$$

где $\Xi_1(\xi, \chi)$ – решение уравнения (16) для граничных условий:

$$\Xi_1(l, \chi) = 1, \quad \chi = 0, \quad (18)$$

$$\Xi_1(l, \chi) = 1, \quad \chi = 1, \quad (19)$$

$$\Xi_1(\chi) = 0, \quad l = 0, \quad (20)$$

а $\Xi_2(\xi, \chi)$ – решение (16) для условий:

$$\Xi_2(l, \chi) = 1, \quad \chi = 0, \quad (21)$$

$$\Xi_2(l, \chi) = -1, \quad \chi = 1, \quad (22)$$

$$\Xi_2(\chi) = 0, \quad l = 0, \quad (23)$$

и условия (11).

Для решения задач (16), (18) – (20) и (16), (21) – (23) методом разделения переменных введем новые зависимые переменные, определяемые преобразованиями:

$$\Xi_1(l, \chi) = \Phi_1(l, \chi) + 1, \quad (24)$$

$$\Xi_1(l, \chi) = \Phi_2(l, \chi) + 1 - 2\chi. \quad (25)$$

Функции $\Phi_i(l, \chi)$ (здесь и далее $i = 1, 2$) удовлетворяют уравнению (16) и преобразуют неоднородные граничные условия (18), (19) и (21), (22) в однородные:

$$\Phi_i(l, \chi) = 0, \quad \chi = 0, \quad (26)$$

$$\Phi_i(1, \chi) = 0, \quad \chi = 1, \quad (27)$$

а условия на входе в канал (20), (23) преобразуются к виду:

$$\Phi_1(1, \chi) = -1, \quad 1 = 0, 0 \leq \chi \leq 1, \quad (28)$$

$$\Phi_2(1, \chi) = 2\chi - 1, \quad 1 = 0, 0 \leq \chi \leq 1. \quad (29)$$

В результате мы получили две краевые задачи с нулевыми граничными условиями первого рода и различными начальными условиями. В первом случае это константа (28), а во втором – нечетная функция (29). Последнее замечание будет использовано при построении общего решения.

Поскольку функции Φ_i являются решением уравнения (16) с одинаковыми граничными условиями, мы для получения фундаментального решения (16) формально не будем их различать (для краткости) и представим их в виде произведения $\Phi(l, \chi) = Y(l) \cdot \Psi(\chi)$, подставляя которое в (16), получим:

$$6Pe_0 \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - 2(\xi_1 - 1)\sin \alpha} \frac{dY}{Y} = \beta^2 d\xi, \quad (30)$$

$$\Psi'' - \beta^2(\chi^2 - \chi)\Psi = 0, \quad (31)$$

где β^2 – постоянная разделения, положительная величина вследствие того, что по условию задачи температура в канале должна быть конечной величиной при любых возможных значениях ξ .

Решение (28) есть:

$$Y = A \exp \left[\frac{\beta^2 [2(1 - \xi_1)\sin \alpha + \cos \alpha]^2}{24 Pe_0 \sin \alpha (2\xi_1 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right], \quad (32)$$

где A – произвольная постоянная.

Делая замену переменных $t = 2\chi - 1$, $\beta = 4\mu$, перепишем уравнения (29) и граничные условия, которым должно удовлетворять его решение в виде, необходимом для дальнейшего исследования:

$$\Psi'' + \mu^2(1 - t^2)\Psi = 0, \quad (33)$$

$$\Psi = 0, \quad t = -1, \quad (34)$$

$$\Psi = 0, \quad t = 1. \quad (35)$$

В [6] показано, что уравнение (33) сводится к уравнению Уиттекера и имеет решение:

$$\Psi(t) = C_1 \sqrt{\mu} \exp\left(-\frac{\mu t^2}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu t^2\right) + C_2 \exp\left(-\frac{\mu t^2}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu t^2\right), \quad (36)$$

где ${}_1F_1(\alpha, \gamma; x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция; C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Подставляя (36) в (34) и (35), получим:

$$-C_1 \sqrt{\mu} \exp\left(-\frac{\mu}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) + C_2 \sqrt{\mu} \exp\left(-\frac{\mu}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0, \quad (37)$$

$$C_1 \sqrt{\mu} \exp\left(-\frac{\mu}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) + C_2 \sqrt{\mu} \exp\left(-\frac{\mu}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0. \quad (38)$$

Очевидно, что уравнения (37) и (38) совместны только, когда $C_1 = 0$ или $C_2 = 0$. В первом случае уравнение для определения собственных значений имеет вид:

$${}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0, \quad (39)$$

и собственными функциями задачи являются функции:

$$\Psi_{1n} = C \exp\left(-\frac{\mu_{1n} t^2}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{1-\mu_{1n}}{4}, \frac{1}{2}; \mu_{1n} t^2\right). \quad (40)$$

При $C_2 = 0$ собственные значения определяются из уравнения:

$${}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) = 0, \quad (41)$$

и тогда собственными функциями будут функции:

$$\Psi_{2n} = C \sqrt{\mu_{2n}} \exp\left(-\frac{\mu_{2n} t^2}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{3-\mu_{2n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{2n} t^2\right). \quad (42)$$

Заметим, что значение μ_n можно с приемлемой для расчетов точностью вычислить, используя соотношение [13] $\mu_{1n} = 4n + 5/3$, и, как показывают расчеты при $n > 4$, выполняется равенство $\mu_{2n} = \mu_{1n} + 2$.

Используя (33)-(35), легко показать, что системы функций, определяемые равенствами (39) и (41), являются ортогональными с весом $(1-t^2)$ на отрезке $[-1, 1]$.

Решение задачи (16), (26), (27) будет являться суммой всех частных решений и

учитывая, что $t = 2\chi - 1$, запишем его в виде:

$$\Phi_i(1, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{in} \exp \left[-\frac{2\mu_{in}^2 [2(1 - \xi_1) \sin \alpha + \cos \alpha]^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_1 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] \Psi_{in}. \quad (43)$$

Значения A_{in} определим, используя свойство ортогональности собственных функций и условия (26), (27):

$$A_{in} = \exp \left[\frac{-2\mu_{in}^2 (\cos \alpha - 2\xi_1 \sin \alpha)^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_1 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] A'_{in}, \quad (44)$$

где $A'_{in} = \frac{\int_{-1}^1 \Phi_i(\xi_0, t) \cdot (1 - t^2) \cdot \Psi_{in}(t) \cdot dt}{\|\Psi_{in}\|^2}$, $\|\Psi_{in}\|^2 = \int_{-1}^1 (1 - t^2) \Psi_{in}^2 dt$ — норма собственных функций.

Функция $1 - t^2$ является четной на отрезке $[-1, 1]$, а $\Phi_1(0, t)$ — постоянная величина, и тогда, если выбрать в качестве базиса для решения задачи (16), (26)-(28) функции, определяемые соотношениями (41), (42) — нечетные на этом отрезке, мы получим, что все $A_{1n} = 0$, и приходим к тривиальному решению уравнения (16).

Поэтому, в качестве ортогонального базиса в этом случае выберем систему функций, определяемую соотношениями (39), (40).

Аналогично для решения задачи (16), (26), (27), (29), где $\Phi_2(0, t)$ — нечетные функции на отрезке $[-1, 1]$, в качестве базисных функций выберем нечетные функции (41), (42) и, переходя к переменным $1, \chi, \Theta$, запишем общее решение задачи (16), (11)-(13):

$$\Theta(1, \chi) = 1 - (1 - \Theta_2) \chi + \frac{1 + \Theta_2}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A'_{1n} E_{1n} F_1 \left(\frac{1 - \mu_{1n}}{4}, \frac{1}{2}; \mu_{1n} (2\chi - 1)^2 \right) + \\ + \frac{1 - \Theta_2}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A'_{2n} E_{2n} \sqrt{\mu_{2n}} (2\chi - 1) F_1 \left(\frac{3 - \mu_{2n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{2n} (2\chi - 1)^2 \right), \quad (45)$$

где
$$E_{in}(1, \chi) = \exp \left\{ \frac{8\mu_{in}^2 [(1 - 2\xi_1) \sin \alpha + \cos \alpha]}{3Pe} - \frac{\mu_{in} (2\chi - 1)^2}{2} \right\},$$

$$A'_{1n} = -\frac{\int_{-1}^1 (1 - t^2) \cdot \Psi_{1n}(t) \cdot dt}{\|\Psi_{1n}\|^2}, \quad A'_{2n} = \frac{\int_{-1}^1 t(1 - t^2) \cdot \Psi_{2n}(t) \cdot dt}{\|\Psi_{2n}\|^2} \quad \text{и введено обозначение}$$

$$Pe = \frac{Q}{\pi a h}, \quad \text{и тогда } Pe_0 = \frac{Pe}{2\xi_1 \sin \alpha - \cos \alpha}.$$

Используя (45), мы можем вычислить среднемассовую температуру потока:

$$\bar{\Theta} = \frac{2\pi \int_0^1 v \Theta(1, \chi) [(\xi_1 - 1) \sin \alpha - \chi \cos \alpha] d\chi}{\bar{v} \pi [2(\xi_1 - 1) \sin \alpha - \cos \alpha]} =$$

$$= \frac{12}{\cos \alpha - 2(\xi_1 - 1) \sin \alpha} \int_0^1 (\chi^2 - \chi) \Theta [(\xi_1 - 1) \sin \alpha - \chi \cos \alpha] d\chi, \quad (46)$$

где $\bar{v} = \frac{2\xi_1 \sin \alpha - \cos \alpha}{2(\xi_1 - 1) \sin \alpha - \cos \alpha}$ – модуль средней безразмерной скорости. (47)

При определении безразмерных местных тепловых потоков на границах канала – чисел Нуссельта Nu традиционным способом, т.е. относя коэффициенты теплоотдачи к разности между среднемассовой температурой потока и температурой стенки

$$Nu_1 = \frac{\alpha_1 h}{\lambda} = \frac{\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0}}{\bar{\Theta} - \Theta_1}, \quad Nu_2 = \frac{\alpha_2 h}{\lambda} = -\frac{\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}}{\bar{\Theta} - \Theta_2}, \quad (48)$$

числа Nu_i могут иметь разрывы для значений координаты 1, при которых среднемассовая температура сравнивается с температурой одной из стенок. Это может произойти и в том случае, если коэффициент теплоотдачи отнести к разности между среднемассовой температурой и средней температурой стенок, начальной или текущей. Поэтому, определим безразмерные коэффициенты теплоотдачи как отношение тепловых потоков на границах канала к масштабу обезразмеривания температуры:

$$Nu^* = -\frac{\partial \Theta}{\partial n} \Big|_{n=0}, \quad (49)$$

где n – нормаль, направленная в сторону жидкости, и тогда получим сравниваемые выражения, определяющие безразмерные тепловые потоки на границах канала

$$Nu_1^* = -\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0}, \quad Nu_2^* = \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}. \quad (50)$$

Выполняя дифференцирование в (49), получим:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0} = (1 - \Theta_2)(S_2 - 1) - (1 + \Theta_2)S_1, \quad (51)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1} = (1 - \Theta_2)(S_2 - 1) + (1 + \Theta_2)S_1, \quad (52)$$

$$\text{где } S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A'_{1n} \mu_{1n} E_{1n}(1,0) \left[(1-\mu_{1n}) {}_1F_1\left(\frac{5-\mu_{1n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{1n}\right) - {}_1F_1\left(\frac{1-\mu_{1n}}{4}, \frac{1}{2}; \mu_{1n}\right) \right],$$

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} A'_{2n} \sqrt{\mu_{2n}} E_{2n}(1,0) \left[(1-\mu_{2n}) {}_1F_1\left(\frac{3-\mu_{2n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{2n}\right) + \frac{\mu_{2n}(3-\mu_{2n})}{3} {}_1F_1\left(\frac{7-\mu_{2n}}{4}, \frac{5}{2}; \mu_{2n}\right) \right],$$

$$E_{in}(1,0) = \exp \left\{ \frac{8\mu_{in}^2 [(1-2\xi_1) \sin \alpha + \cos \alpha]}{3Pe} - \frac{\mu_{in}}{2} \right\}.$$

Параметрами, определяющими решение задачи, являются: число Pe , безразмерная температура внутренней стенки Θ_2 , безразмерная координата входа в канал ξ_1 , выхода из него ξ_0 и угол раствора диффузора 2α .

Рассмотрим основные особенности теплообмена при конфузорном течении, сравнивая их с особенностями теплообмена при медленном диффузорном течении [8,9] в канале с геометрическими параметрами $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$.

В рассматриваемом случае площадь поперечного сечения входа в канал для конфузорного течения, т.е. в сечении с продольной координатой равной ξ_1 , в 5,4 раза больше, чем для диффузорного течения площади сечения при $\xi = \xi_0$. Очевидно, что средние по поперечному сечению канала скорости и локальные числа Пекле для указанных сечений относятся в той же пропорции. Вследствие этого тепловой пограничный слой для симметричных граничных условий $\Theta_2 = \Theta_1$ и $Pe = 10^4$ распространяется на все поперечное сечение канала при конфузорном течении на более коротком расстоянии от входа, чем при диффузорном течении (рис. 2), числа Нуссельта быстрее достигают своих предельных значений $Nu_\infty = 3,77035$ (рис. 2).

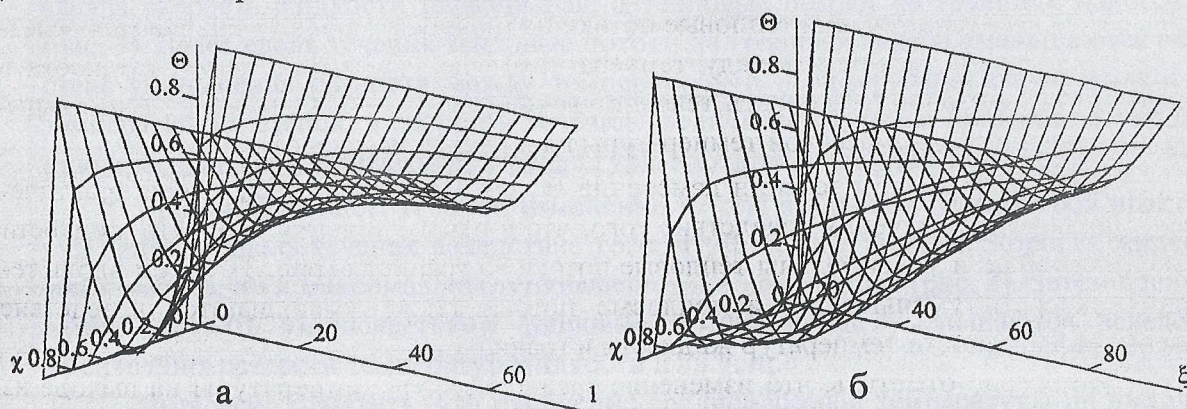


Рис. 2. Распределение безразмерной температуры при течении с параметрами $\Theta_2 = \Theta_1$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Pe = 10^4$
а – конфузорное течение, б – диффузорное.

Существование предельных значений чисел Nu говорит о том, что при увеличении параметра ξ_1 , и, в частности 1, изменение теплового потока на границах канала пропорционально изменению соответствующих разностей между температурами стенок канала и среднemasсовой температурой потока жидкости, что свидетельствует о стабилизации теплообмена.

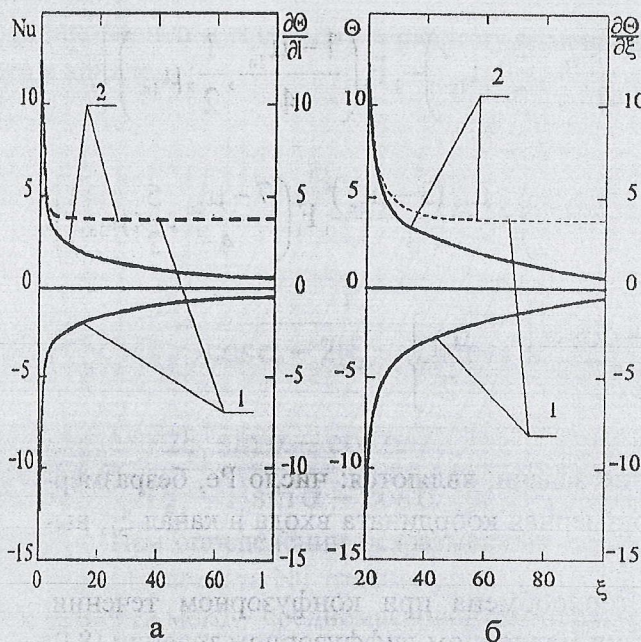


Рис. 3. Распределение вдоль течения чисел Нуссельта – штриховые линии и нормальных к границам безразмерных производных от температуры – сплошные линии при течении с параметрами $\Theta_1 = \Theta_2$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Pe = 10^4$; а – конфузорное течение; б – диффузорное; 1 – распределение на границе $\chi = 0$; 2 – $\chi = 1$

Рис. 4. Распределение безразмерной среднemasсовой температуры вдоль течения с параметрами $\Theta_1 = \Theta_2$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Pe = 10^4$; а – конфузорное течение; б – диффузорное

а – конфузорное течение; б – диффузорное

Изменение среднemasсовой температуры потока при конфузорном течении также более значительно в начале течения (рис. 4), где средняя по поперечному сечению канала скорость жидкости наименьшая, а тепловые потоки на границах наибольшие (рис. 3). Далее вдоль течения тепловые потоки на границах канала уменьшаются вследствие уменьшения разности между температурами периферийных слоев жидкости и температурами стенок, а скорость течения увеличивается, что и приводит к уменьшению изменения среднemasсовой температуры вдоль течения (рис. 4).

При диффузорном течении изменение $\bar{\Theta}$ для выбранных параметров практически линейно вдоль течения вследствие того, что в начале течения скорость жидкости максимальна, но и максимальны тепловые потоки на границах (рис. 3). Затем вдоль течения скорость уменьшается и тепловые потоки также уменьшаются вследствие уменьшения разности температур жидкости и границ.

Интересно отметить, что изменение среднemasсовой температуры на выходе из канала в обоих рассматриваемых случаях абсолютно одинаково несмотря на различный характер распределения температуры в канале. Это связано с тем, что при диффузорном течении абсолютная величина функций распределения тепловых потоков вдоль течения на границах канала больше, чем при конфузорном, т.е. вблизи входа при конфузорном течении, где площадь поверхности теплообмена максимальна, тепловые потоки значительно меньше, чем вблизи входа при диффузорном течении, где площадь поверхности теплообмена минимальна (рис. 3), и, в итоге, суммарная величина безраз-

мерного теплового потока $2 \left\{ \int_{\xi_0}^{\xi_1} \xi \left(\left. \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right|_{\chi=1} - \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} \right) \sin \alpha - \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right|_{\chi=1} \cos \alpha d\xi \right\}$ в обоих случаях

одинакова, что и приводит к равному изменению среднемассовой температуры жидкости в канале.

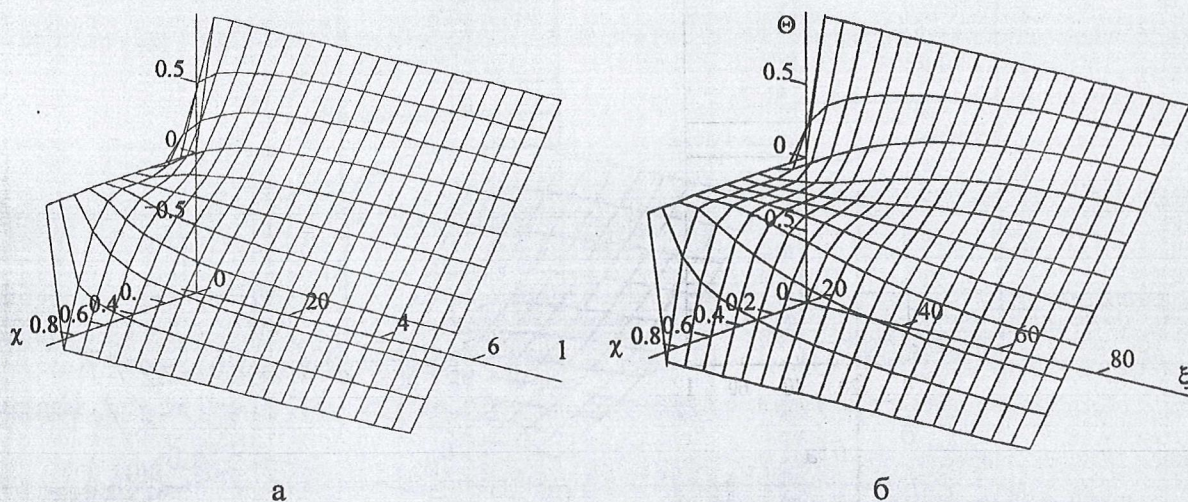


Рис. 5. Распределение безразмерной температуры при течении с параметрами $\Theta_2 = -\Theta_1$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Re = 2 \cdot 10^4$; а – конфузорное течение, б – диффузорное

Сравним особенности теплообмена в коаксиальных конфузоре и диффузоре для несимметричных граничных условий, т.е. $\Theta_2 = -\Theta_1$, и параметров $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Re = 2 \cdot 10^4$.

Также, как и в ранее рассмотренном случае, тепловой пограничный слой при конфузорном течении распространяется на все поперечное сечение канала на более коротком расстоянии, чем при диффузорном течении (рис. 5). Поперечное распределение температуры в пределах канала устанавливается практически линейным, а числа Нуссельта стремятся к своим предельным значениям $Nu_{1\infty} = Nu_{2\infty} \rightarrow 2$ (рис. 6). Нормальные безразмерные производные от температуры на границах канала также практически достигают своих предельных значений $\left. \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} = \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right|_{\chi=1} = -2$ (рис. 6) в обоих случаях.

Но распределения среднемассовой температуры вдоль течения имеют существенные отличия, связанные с геометрией канала.

Поскольку радиусы кривизны границ канала различны, то даже при установившемся линейном распределении температуры вдоль χ , среднемассовая температура будет отличаться от 0, т.к. расход жидкости между срединной поверхностью канала и границей $\chi = 0$ будет протекать несколько больше, чем расход жидкости между срединной поверхностью и границей $\chi = 1$. При конфузорном течении различие радиусов кривизны границ возрастает вдоль течения, поэтому и среднемассовая температура растет вдоль течения (рис. 7).

При диффузорном течении безразмерная среднемассовая температура имеет не-монотонный характер изменения вдоль течения. Вблизи входа, где разница в кривизне поверхностей максимальна, $\bar{\Theta}$ растет с развитием тепловых слоев, достигает своего максимума и далее вдоль течения уменьшается вместе с уменьшением различия в кривизне граничных поверхностей (рис. 7).

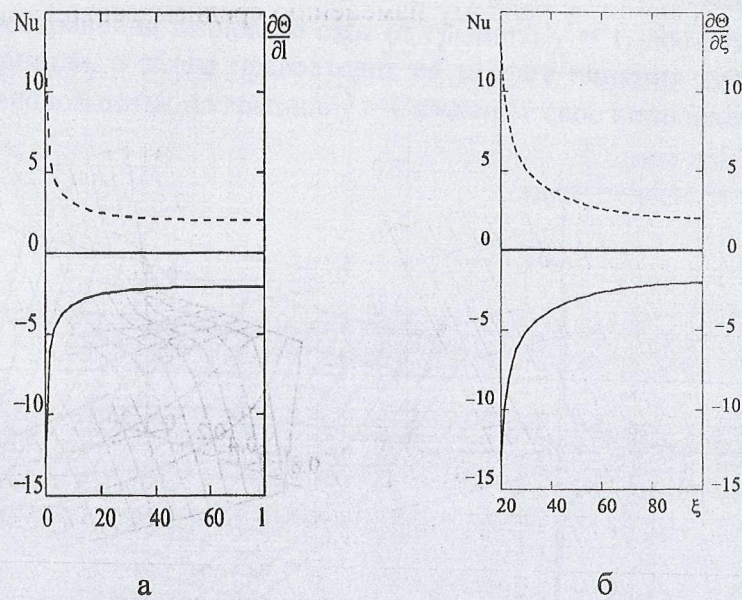


Рис. 6. Распределение вдоль течения чисел Нуссельта – штриховые линии и нормальных к границам безразмерных производных от температуры – сплошные линии при течении с параметрами $\Theta_1 = -\Theta_2$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Pe = 10^4$; а – конфузорное течение; б – диффузорное

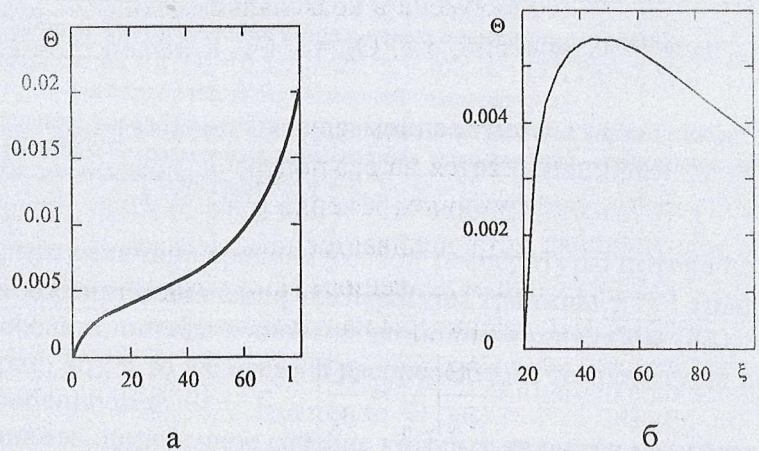


Рис. 7. Распределение безразмерной среднемассовой температуры вдоль течения с параметрами $\Theta_1 = -\Theta_2$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Pe = 2 \cdot 10^4$; а – конфузорное течение; б – диффузорное

Решение задачи при условии $0 < \Theta_2 < 1$ определяет особенности теплообмена при течении в конфузоре с температурами границ подчиняющимся условию $T_0 < T_2 < T_1$ либо условию $T_1 < T_2 < T_0$. Первый случай часто встречается в конструкциях кабельных головок, второй – в конструкциях трубных головок.

Рассмотрим течение с параметрами $\Theta_2 = 0,5$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $Pe = 7 \cdot 10^3$; $\alpha = 15^\circ$.

Тепловой пограничный слой в этом варианте течения, на очень коротком расстоянии от входа распространяется на все поперечное сечение канала (рис. 8). Безразмерный тепловой поток (49) на границе $\chi = 0$ положителен вдоль всей длины канала и стремится к своему предельному значению, равному 0,5 (рис. 8). На границе $\chi = 1$ безразмерный тепловой поток (49) в начале течения положителен, но по мере течения жидкости вдоль канала температура прилегающих ее слоев к границе $\chi = 1$ изменяется

сначала за счет распространения теплового слоя от границы $\chi = 1$, достигает значения температуры этой границы, а затем превосходит ее за счет влияния теплового слоя границы $\chi = 0$, т.е. тепловой поток на границе $\chi = 1$ изменяет свое направление (рис. 8).

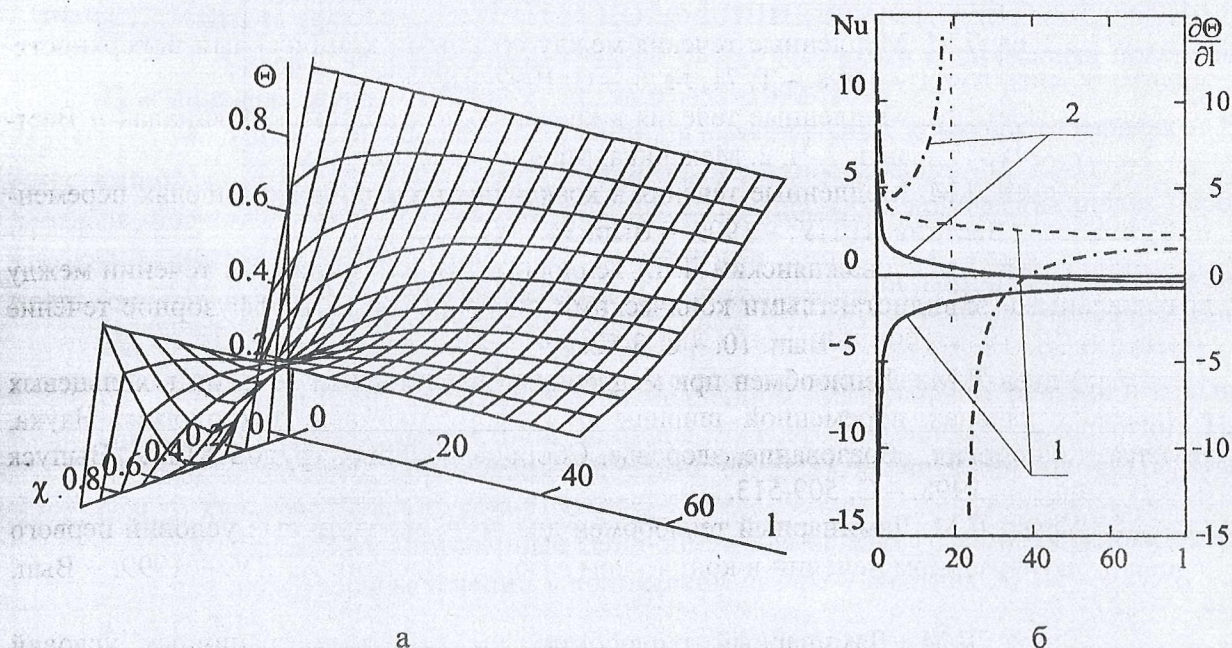


Рис. 8. Распределение безразмерных величин при течении с параметрами: $\Theta_1 = 1$; $\Theta_2 = 0,5$; $\xi_0 = 20$; $\xi_1 = 100$; $\alpha = 15^\circ$; $Pe = 7 \cdot 10^3$;
а – распределение безразмерной температуры;
б – распределение чисел Нуссельта – штриховая и штрихпунктирная линии и нормальных к границам безразмерных производных температуры – сплошные линии;
1 – на границе $\chi = 0$, 2 – $\chi = 1$

Заметим также, что величина среднемассовой температуры потока на некотором расстоянии l_1 от входа достигает значения температуры границы $\chi = 1$ (рис. 8). Вследствие этого число Нуссельта, определенное традиционным способом (48), терпит разрыв на этой границе (рис. 8б), в то же время в распределении температуры не наблюдаются экстремальных особенностей.

Поэтому для каналов, поперечное сечение которых является многосвязной областью, безразмерные тепловые потоки на границах, по-видимому лучше определять с помощью выражения (49).

Обозначения

a – коэффициент температуропроводности, m^2/s ; c – удельная теплоёмкость, Дж/кг К; h – ширина канала, м; P, P_0 – давление текущее и на входе, Па; Q – объёмный расход, m^3/s ; R – координата радиальная, м; T – температура, К; V, V_0 – скорость текущая и на входе в канал, м/с; x, y, z – декартовы координаты, м; α – половина угла раскрытия конуса, рад; β – постоянная разделения; λ – теплопроводность жидкости, Вт/(м·К); γ – динамический коэффициент вязкости, Па·с; ρ – плотность, кг/м³; X – поперечная биконическая координата, м; $Gn = \frac{\gamma V_0^2}{\lambda \Delta T_{\text{reol}}}$ – число Нема-Гриффита; $Pe_0 = \frac{V_0 h c \rho}{\lambda}$ – число Пек-

ле на входе в канал; $Re = \frac{h V_0 \rho}{\gamma}$ – число Рейнольдса.

Литература

1. Joshi M.V. Dies for plastics extrusion. - Delhi: Macmillan. India Limited, 1984. P. 176.
2. Sors L., Bardocz L., Radnoti I. Plastic molds and dies. - Budapest: Akademiai Kiado, 1980. P. 495.
3. Ульев Л.М. Медленные течения между соосными коническими поверхностями // Инж.-физ. журн. – 1998. – Т. 71, №. 6. – С. 1092- 1098.
4. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. – 1997. – Вып. 7. Ч. 2. Механика. Машиностроение. – С. 22-31.
5. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических щелях переменной ширины // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 34. – С. 3-8.
6. Ульев Л.М., Товажнянский Л.Л. Теплообмен при ламинарном течении между коаксиальными эквидистантными коническими поверхностями. Диффузорное течение // Вестник ХГПУ. – 1998. – Вып. 10. – С. 3-12.
7. Ульев Л.М. Теплообмен при медленном диффузорном течении в кольцевых конических каналах переменной ширины // Информационные технологии: Наука, техника, технология, образование, здоровье. Сборник научных трудов ХГПУ. Выпуск 6. Ч. 3. Харьков. 1998. – С. 509-513.
8. Ульев Л.М. Ламинарный теплообмен для четных граничных условий первого рода при диффузорном течении в коническом зазоре // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 47. – С. 7-15.
9. Ульев Л.М. Ламинарный теплообмен для нечетных граничных условий первого рода при диффузорном течении в коническом зазоре// Информационные технологии: Наука, техника, технология, образование, здоровье. Сборник научных трудов ХГПУ. Выпуск 7. Ч. 4. Харьков. 1999. – С. 110-118.
10. Пономаренко В.Г., Потенба Г.Ф., Ульев Л.М. и др. // Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра. // Инж. –физ. журн. – 1990. – Т. 59, №. 1. –С. 158- 159.
11. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Химия – 1984. – С. 632.
12. Гольдин А.М., Карамзин В.А. Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования. -М.: Агропромиздат, 1985. – С. 264.
13. Лыков А.В. Тепломассообмен. -М.: Энергия, 1972. – С. 560.

УДК 536.58: 532.135

Л.М. Ульев

ТЕПЛООБМІН ПРИ ПОВІЛЬНІЙ ТЕЧІЇ У КОАКСІАЛЬНОМУ КОНІЧНОМУ КОНФУЗОРІ З МЕЖОВИМИ УМОВАМИ ПЕРШОГО РОДУ

Розглянута задача конвективного теплообміну при повільних конфузорних течіях у коаксіальних кільцевих конічних каналах ширина яких стала величина. Рішення для теплових межових умов першого роду одержано методом розділення перемінних. Температурна залежність від координат надана у вигляді нескінченного ряду за конфлюентними гіпергеометричними функціями від поперечної координати, які помножені на експоненціальну залежність від поздовжньої. Рішення інтересно тим що є суперпозицією двох рішень, кожне з яких має свої власні функції та свої власні значення. Розглянуто особливості теплообміну на межах каналу.