

Л.М. Ульев

ТЕПЛООБМЕН ПРИ МЕДЛЕННОМ ДИФФУЗОРНОМ ТЕЧЕНИИ В
КОАКСИАЛЬНЫХ КОНИЧЕСКИХ ЗАЗОРАХ ДЛЯ УСЛОВИЙ ПЕРВОГО
РОДА С ЗАДАНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ СТЕНОК ВДОЛЬ
ТЕЧЕНИЯ

Харьковский государственный политехнический университет, Харьков, Украина

В формующем оборудовании для экструзионного способа существуют проточные элементы в виде коаксиальных конических диффузоров, через которые продавливается расплав [1,2]. Выбор оптимальных технологических и конструктивных параметров процесса формования связан с исследованием течения и теплообмена расплава полимера в каналах экструзионных головок и, в частности, в соосных конических каналах. Современные технологии позволяют создавать различные режимы теплообмена на границах каналов, но экспериментальный подбор оптимальных характеристик процесса требует значительных средств. Построение численных моделей процессов переработки полимеров также не всегда оправдано, т.к. во многих случаях можно получить адекватные соотношения между параметрами процессов, используя аналитические решения. В дальнейшем эти решения могут служить основой для разработки численных, асимптотических и приближенных методов расчета.

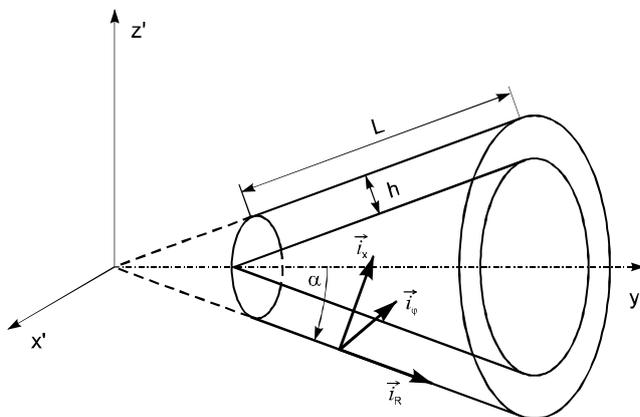


Рис. 1. Геометрия конического зазора постоянной ширины, L - длина конической части канала, m ; h - ширина зазора, m ; \mathbf{i}_r , \mathbf{i}_x , \mathbf{i}_φ - орты в биконической системе координат

расплава полимера на входе в головку практически до температуры воды, уносящей гранулы. В случае обогреваемого дорна температура внутренней стенки на входе в канал может превышать температуру расплава, а в случае обогреваемой фильерной доски [6] температура внутренней стенки канала может повышаться вдоль течения.

Аналогично в процессах экструзионно – выдувного формования характер изменения температуры внутренней стенки коаксиального конического канала будет опре-

В работах [3,4] решена задача изотермического течения в коаксиальных конических каналах с различным расположением граничных поверхностей. В [5] исследован ламинарный теплообмен в конических зазорах при граничных условиях третьего рода. Но во многих процессах течение происходит в условиях явного изменения температуры стенок канала вдоль течения, например, при подводном гранулировании в случае необогреваемого дорна температура внутренней стенки (границы, образованной внутренней конической поверхностью) распределительного участка изменяется от температу-

деляться температурой воздуха, подаваемого в формующую головку. Поэтому, с целью изучения распределения температуры расплава полимера в указанных процессах, в данной работе рассматривается ламинарный теплообмен в коаксиальных конических каналах с граничными условиями первого рода при заданном изменении температуры поверхностей канала для течения расплавов полимеров, которые в пределах изменения параметров переработки ведут себя, как ньютоновские жидкости [7].

В [5] показано, что для практически интересных расходов жидкости и размеров канала числа Рейнольдса $Re \ll 1$, Нема– Гриффита $Gn \ll 1$, Пекле $Pe \gg 100$. Данные оценки позволяют рассматривать течение расплава как ползущее течение [8], а в уравнении теплопереноса не учитывать теплоту диссипации и пренебречь изменением кондуктивного теплового потока вдоль течения по сравнению с изменением конвективного теплового потока и, в итоге, записать систему уравнений аксиально-симметричного конвективного теплообмена в биконической системе координат (рис.1), определяемых преобразованием [9]:

$$z' = R \cos \alpha + X \sin \alpha, \quad (1)$$

$$y' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \sin \varphi, \quad (2)$$

$$x' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \cos \varphi, \quad (3)$$

в виде:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial v}{\partial \chi} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \chi} = \frac{\cos(\alpha) \sin(\alpha)}{\sigma^2} v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\sigma v) = 0, \quad (6)$$

$$Pe_0 v \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right); \quad (7)$$

где $\xi = R/h$, $\chi = X/h$, $V_0 = Q/\pi h(2R_0 \sin \alpha - h \cos \alpha)$, $v = V_R/V_0$, $\Pi = (P - P_0)h/\gamma V_0$, $\sigma = \xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha$, $Pe_0 = V_0 h/a$, $\Theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$.

Граничные и краевые условия запишутся в виде:

$$v = 0, \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (8)$$

$$v = 0, \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (9)$$

$$\Pi = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_0, \quad (10)$$

$$\Theta = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_0, \quad (11)$$

$$\Theta = 1 + b_1(\xi - \xi_0), \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (12)$$

$$\Theta = \Theta_2 + b_2(\xi - \xi_0), \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (13)$$

$$\text{где } b_1 = \frac{T_3 - T_1}{(T_1 - T_0)\Delta\xi}, \quad b_2 = \frac{T_4 - T_2}{(T_1 - T_0)\Delta\xi}, \quad \Delta\xi = \xi_1 - \xi_0 = L/h.$$

Для практически важных случаев, когда $\xi \operatorname{tg} \alpha \gg 1$, решение системы уравнений (4)-(6), (8)-(10) в принятых обозначениях имеет вид [3]:

$$v = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi), \quad (14)$$

$$\Pi = -\frac{6(\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)}{\sin \alpha} \ln \frac{1 - 2\xi \operatorname{tg} \alpha}{1 - 2\xi_0 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (15)$$

и тогда уравнение (7) примет вид:

$$\frac{6\operatorname{Pe}_0(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi) \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \chi^2}. \quad (16)$$

Для получения решения задачи (16), (11) – (13) представим его в виде суперпозиции двух решений

$$\Theta(\xi, t) = \Xi_1(\xi, t) + \Xi_2(\xi, t), \quad (17)$$

где $t = 2\chi - 1$.

С помощью граничных условий для функций $\Xi_1(\xi, t)$ и $\Xi_2(\xi, t)$ получим выражения:

$$\Xi_1(\xi, t) = \Phi_1(\xi, t) + \frac{1 + \Theta_2}{2} + \frac{b_1 + b_2}{2} (\xi - \xi_0), \quad (18)$$

$$\Xi_2(\xi, t) = \Phi_2(\xi, t) + \left[\frac{\Theta_2 - 1}{2} + \frac{b_2 - b_1}{2} (\xi - \xi_0) \right] t, \quad (19)$$

где функции $\Phi_i(\xi, t)$ ($i = 1, 2$ – здесь и далее индексы, введенные для краткости записи), удовлетворяют однородным граничным условиям:

$$\Phi_i(\xi, t) = 0, \quad t = -1, \quad (20)$$

$$\Phi_i(\xi, t) = 0, \quad t = 1, \quad (21)$$

начальным условиям:

$$\Phi_1(\xi_0, t) = -\frac{1 + \Theta_2}{2}, \quad (22)$$

$$\Phi_2(\xi_0, t) = \frac{1 - \Theta_2}{2} t, \quad (23)$$

и уравнению

$$\frac{8(\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha)}{3\text{Pe}(1-t^2)} \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial t^2} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial \xi} + f_i = 0, \quad (24)$$

где $\text{Pe} = \frac{Q}{\pi a h}$, и тогда $\text{Pe}_0 = \frac{\text{Pe}}{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}$, а для f_i определяются выражениями $f_1 = (b_1 + b_2)/2$, и $f_2 = (b_2 - b_1)t/2$.

Решения задач (20)–(24) можно получить методом разложения по собственным функциям, определяемым задачами Штурма–Лиувилля, которые соответствуют уравнению (24) и условиям (20), (21), и записать в виде:

$$\Phi_1(\xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_{1n}(\xi) \Psi_{1n}(t), \quad (25)$$

$$\Phi_2(\xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_{2n}(\xi) \Psi_{2n}(t), \quad (26)$$

где $Y_{1n}(\xi) = -\frac{M_n}{2} [(1 + \Theta_2)E_{1n} + [(b_1 + b_2)I_{1n}]]$, $Y_{2n}(\xi) = \frac{K_n}{2} [(1 - \Theta_2)E_{2n} + [(b_2 - b_1)I_{2n}]]$,

$$E_{in} = \exp \left\{ \frac{8\mu_{in}^2 (\xi - \xi_0) [\cos \alpha - (\xi + \xi_0) \sin \alpha]}{3\text{Pe}} \right\}, I_{in} = \int_{\xi_0}^{\xi} \exp \left\{ \frac{8\mu_{in}^2 (\xi - \tau) [\cos \alpha - (\xi + \tau) \sin \alpha]}{3\text{Pe}} \right\} d\tau,$$

$$M_n = \frac{\int_{-1}^1 (1-t^2) \Psi_{1n}(t) dt}{\|\Psi_{1n}\|^2}, \quad K_n = \frac{\int_{-1}^1 t(1-t^2) \Psi_{2n}(t) dt}{\|\Psi_{2n}\|^2}, \quad \Psi_{1n} = \exp \left(-\frac{\mu_{1n} t^2}{2} \right) {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu_{1n}}{4}, \frac{1}{2}; \mu_{1n} t^2 \right),$$

$$\Psi_{2n} = \sqrt{\mu_{2n}} \exp \left(-\frac{\mu_{2n} t^2}{2} \right) t {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu_{2n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{2n} t^2 \right), \quad \|\Psi_{in}\|^2 = \int_{-1}^1 (1-t^2) \Psi_{in}^2 dt - \text{квадрат нормы}$$

собственных функций, ${}_1F_1(\alpha, \gamma; x)$ - вырожденная гипергеометрическая функция, а собственные числа μ_{1n} и μ_{2n} определяются, как корни следующих уравнений:

$${}_1F_1 \left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu \right) = 0, \quad (26)$$

для μ_{1n} и соответственно:

$${}_1F_1 \left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu \right) = 0, \quad (27)$$

для μ_{2n} .

Заметим, что значение μ_n можно с приемлемой для расчетов точностью вычислить, используя соотношение [10] $\mu_{1n} = 4n+5/3$, а для μ_{2n} , как показывают расчеты, выполняется соотношение $\mu_{2n} \approx \mu_{1n}+2$.

Возвращаясь к исходным переменным, запишем решение задачи:

$$\Theta(\xi, \chi) = 1 + b_1(\xi - \xi_0) + [\Theta_2 - 1 - (b_1 - b_2)(\xi - \xi_0)]\chi + \Phi_1(\xi, \chi) + \Phi_2(\xi, \chi), \quad (28)$$

с помощью которого вычислим среднемассовую температуру потока:

$$\bar{\Theta} = \frac{2\pi \int_0^1 \bar{v} \Theta(\xi, \chi) (\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) d\chi}{\bar{v} \pi (2\xi \sin \alpha - \cos \alpha)} = \frac{12}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} \int_0^1 (\chi^2 - \chi) \Theta(\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) d\chi, \quad (29)$$

$$\text{где } \bar{v} = \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha} - \text{средняя безразмерная скорость.} \quad (30)$$

При определении безразмерных местных тепловых потоков на границах канала – чисел Нуссельта Nu традиционным способом, т.е. относя коэффициенты теплоотдачи к разности между среднемассовой температурой потока и температурой стенки

$$Nu_1 = \frac{\alpha_1 h}{\lambda} = \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0}, \quad Nu_2 = \frac{\alpha_2 h}{\lambda} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}, \quad (31)$$

числа Nu_i могут иметь разрывы для значений координаты ξ , при которых среднемассовая температура сравнивается с температурой одной из стенок. Это может произойти и в том случае, если коэффициент теплоотдачи отнести к разности между среднемассовой температурой и средней температурой стенок, начальной или текущей. Поэтому, определим безразмерные коэффициенты теплоотдачи как отношение тепловых потоков на границах канала к масштабу обезразмеривания температуры:

$$Nu^* = -\frac{\partial \Theta}{\partial n} \Big|_{n=0}, \quad (32)$$

где n – нормаль, направленная в сторону жидкости, и тогда получим сравниваемые выражения, определяющие безразмерные тепловые потоки на границах канала:

$$Nu_1^* = -\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0}, \quad Nu_2^* = \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}. \quad (33)$$

Выполняя дифференцирование в (31) и (33), получим:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0} = \Theta_2 - 1 - (b_1 - b_2)(\xi - \xi_0) + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{1n} \Psi'_{1n} \Big|_{\chi=0} + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{2n} \Psi'_{2n} \Big|_{\chi=0}, \quad (34)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right|_{\chi=1} = \Theta_2 - 1 - (b_1 - b_2)(\xi - \xi_0) + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{1n} \Psi'_{1n} \Big|_{\chi=1} + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{2n} \Psi'_{2n} \Big|_{\chi=1}, \quad (35)$$

где $\Psi'_{1n} \Big|_{\chi=0} = -\Psi'_{1n} \Big|_{\chi=1} = -2\mu_{1n}(1 - \mu_{1n}) \exp\left(-\frac{\mu_{1n}}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{5 - \mu_{1n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{1n}\right)$,

$$\Psi'_{2n} \Big|_{\chi=0} = \Psi'_{2n} \Big|_{\chi=1} = \frac{2\sqrt{\mu_{2n}}\mu_{2n}(3 - \mu_{2n})}{3} \exp\left(-\frac{\mu_{2n}}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{7 - \mu_{2n}}{4}, \frac{5}{2}; \mu_{2n}\right).$$

Вследствие того, что выражения (33) полностью определяются производными от температуры на границах при анализе тепловых потоков на границах канала, мы будем использовать выражения (34) и (35).

Параметрами, определяющими решение задачи, являются: число Re , начальная безразмерная температура внутренней стенки Θ_2 , безразмерная координата входа в канал ξ_0 , угол раствора диффузора 2α и параметры b_1 и b_2 , определяющие распределение температуры на границах канала.

Решение с параметрами $b_1 > 0$, $b_2 > 0$ и $\Theta_2 = 0$ определяет особенности теплообмена при течении с начальной температурой внутренней поверхности канала ($\chi = 1$) T_2 , равной температуре жидкости на входе в канал T_0 , и уменьшающейся вдоль канала до некоторой температуры $T_4 < T_0$ для условия $T_1 < T_0$. Температура границы канала ($\chi = 0$) в этом случае уменьшается от T_1 до некоторой температуры $T_3 < T_1$. Для условия $T_1 > T_0$, температура внутренней границы ($\chi = 1$) увеличивается от значения T_2 до значения $T_4 > T_0$, а внешней границы ($\chi = 0$) увеличивается от T_1 до $T_3 > T_1$.

Первый случай встречается в устройствах погружного гранулирования без обогрева дорна и фильерной доски, второй – при экструзии с обогревом фильерных каналов [6]. Подобный анализ можно сделать для различных параметров задачи, и в дальнейшем изложении останавливаться на этом не будем.

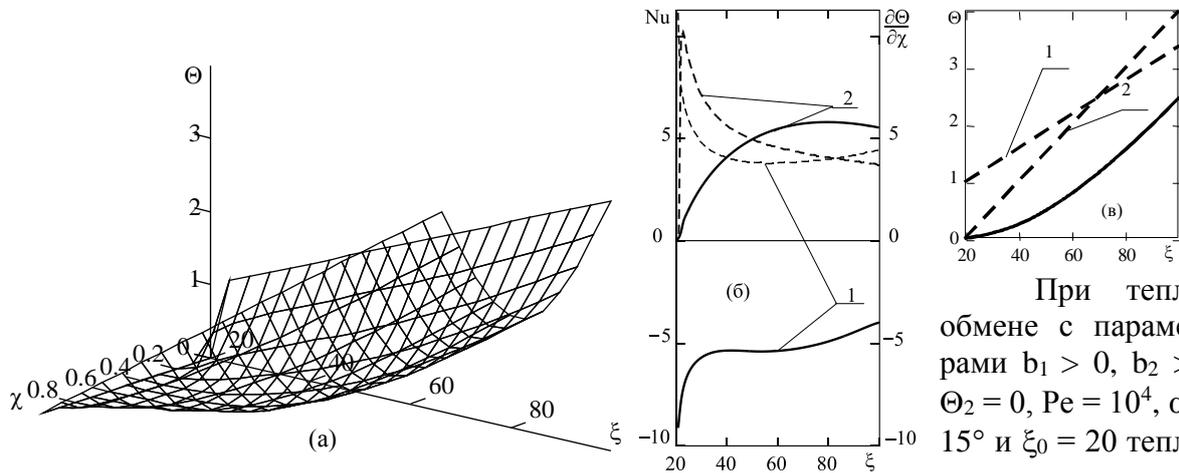


Рис. 2. Распределение безразмерной температуры – (а); (б) – чисел Нуссельта вдоль течения – пунктирная линия и нормальных к границам безразмерных производных температуры – сплошные линии: 1 – $\chi = 0$; 2 – $\chi = 1$; (в) – изменение безразмерной среднemasсовой температуры вдоль канала – сплошная линия и безразмерных температур на границах – пунктирные линии: 1 – $\chi = 0$; 2 – $\chi = 1$. Течение с параметрами: $Re = 10^4$, $\xi_0 = 20$, $\xi_1 = 100$, $\alpha = 15^\circ$, $b_1 = 0.03$, $b_2 = 0.05$, $\Theta_2 = 0$.

При теплообмене с параметрами $b_1 > 0$, $b_2 > 0$, $\Theta_2 = 0$, $Re = 10^4$, $\alpha = 15^\circ$ и $\xi_0 = 20$ тепловой пограничный слой более интенсивно развивается у внешней стенки канала (рис. 2), здесь же наблюдается наибольшее значение числа Nu_1 (31), но по мере развития

поля температуры, Nu_1 уменьшается (рис. 2б), достигает своего минимального значения, после чего увеличивается вследствие уменьшения разности между безразмерной температурой границы $\chi = 0$ и безразмерной среднемассовой температурой потока жидкости (рис. 2в). Безразмерный тепловой поток Nu_1^* в пределах канала является монотонно растущей функцией. В начале течения он быстро убывает вследствие формирования теплового пограничного слоя. Далее, из-за увеличения безразмерной температуры границы $\chi = 0$, его изменение замедляется, но затем, вследствие влияния температурного поля границы $\chi = 1$, он опять начинает уменьшаться (рис. 2б).

Зависимость $Nu_2(\xi)$ также немонотонна, но в отличие от зависимости $Nu_1(\xi)$ значения Nu_2 в начале течения увеличиваются вследствие повышения безразмерной температуры стенки $\chi = 1$, достигают своего максимума и, по мере развития теплового пограничного слоя, значения Nu_2 начинают снижаться (рис. 2б). Безразмерный тепловой поток Nu_2^* (33) по той же причине имеет немонотонный характер изменения вдоль течения (рис. 2б).

Увеличение угла раскрытия диффузоров α , образующих границы канала, приведет к увеличению поперечного сечения канала, и, следовательно, к уменьшению средней скорости течения жидкости, т.е. к уменьшению влияния конвективного теплопереноса. Аналогичный эффект вызовет и уменьшение числа Re .

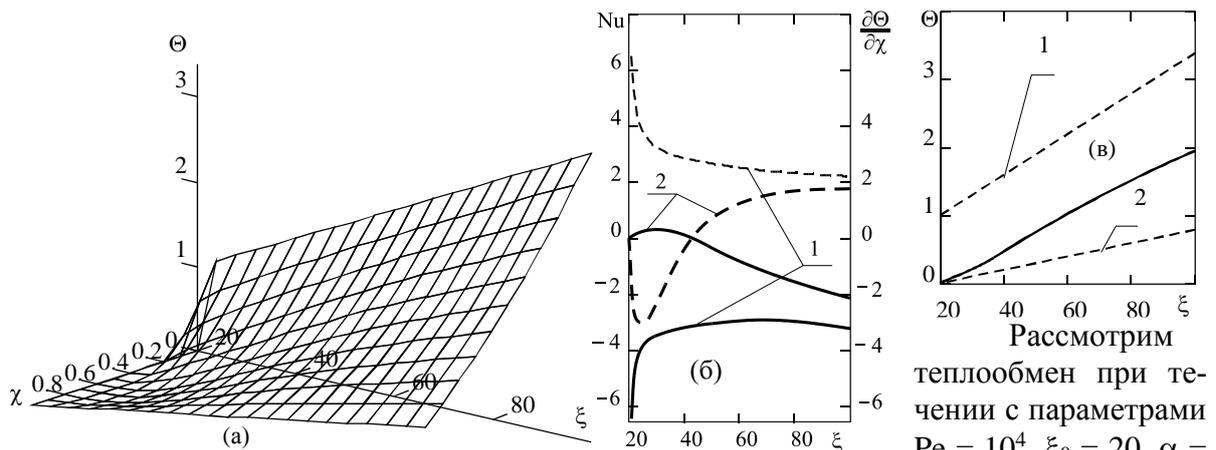


Рис. 3. Течение с параметрами: $Re = 10^4$, $\xi_0 = 20$, $\xi_1 = 100$, $\alpha = 90^\circ$, 90° , $b_1 = 0.03$, $b_2 = 0.01$, $\Theta_2 = 0$. (Обозначения те же, что и на рис. 2)

Число Nu_1 вблизи входа быстро уменьшается с развитием теплового пограничного слоя вдоль течения и в пределах канала практически достигает своего предельного значения $Nu_{1\infty} = 2$ (рис. 3б). Зависимость $Nu_2(\xi)$ в этом случае также немонотонна. Действительно, вблизи входа производная $(\partial\Theta/\partial\chi)|_{\chi=1}$ увеличивается от 0 до некоторой максимальной величина вследствие повышения безразмерной температуры границы и формирования теплового пограничного слоя. Безразмерная среднемассовая температура потока в данном случае выше, чем безразмерная температура стенки $\chi = 1$, поэтому число Nu_2 здесь отрицательно при положительной производной $(\partial\Theta/\partial\chi)|_{\chi=1}$ и убывает при ее увеличении.

На некотором расстоянии от входа влияние температуры стенки $\chi = 0$ становится преобладающим и тепловой поток на границе $\chi = 0$ начинает уменьшаться, и затем меняет свое направление (рис. 3б). Поэтому и число Nu_2 , достигнув своего минимума, далее увеличивается и меняет знак, т.к. $\Theta_1 < \bar{\Theta}$ на протяжении всего канала, и затем стремится

ся к своему предельному значению $Nu_{2\infty} = 2$, хотя в рассматриваемом случае стабилизация теплообмена в пределах канала не наступает.

Безразмерный тепловой поток на границе $\chi = 0$ в начале течения при формировании теплового пограничного слоя уменьшается, достигает минимума и далее вдоль канала стремится к своей предельной линейной зависимости. Аналогично Nu_2^* также вдоль течения будет стремиться к предельной зависимости:

$$Nu_2^* = -Nu_1^* = \Theta_2 - 1 - (b_1 - b_2)(\xi - \xi_0). \quad (36)$$

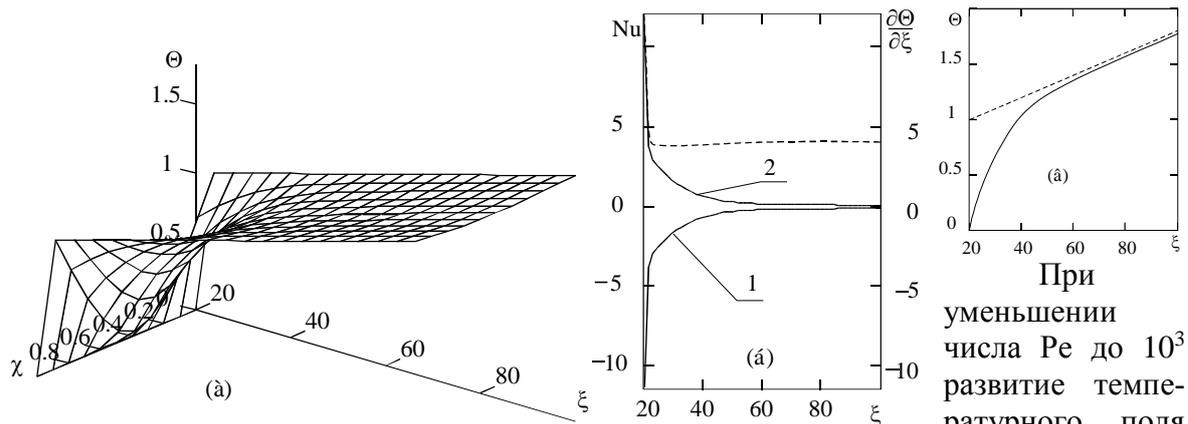


Рис. 4. Течение с параметрами: $Pe = 10^3$, $\xi_0 = 20$, $\xi_1 = 100$, $\alpha = 90^\circ$, $b_1 = 0.01$, $b_2 = 0.01$, $\Theta_2 = 1$. (Обозначения те же, что и на рис. 2) Для течения с симметричными граничными условиями, т.е. $\Theta_1 = \Theta_2$, $b_1 = b_2$ (рис. 4), числа Нуссельта на границах канала при формировании теплового пограничного слоя резко снижаются к своему минимальному значению ~ 3.92 , но далее вдоль течения очень плавно увеличиваются, достигая в пределах канала значения ~ 4.07

При уменьшении числа Pe до 10^3 развитие температурного поля происходит на очень коротком расстоянии от входа в канал (рис. 4).

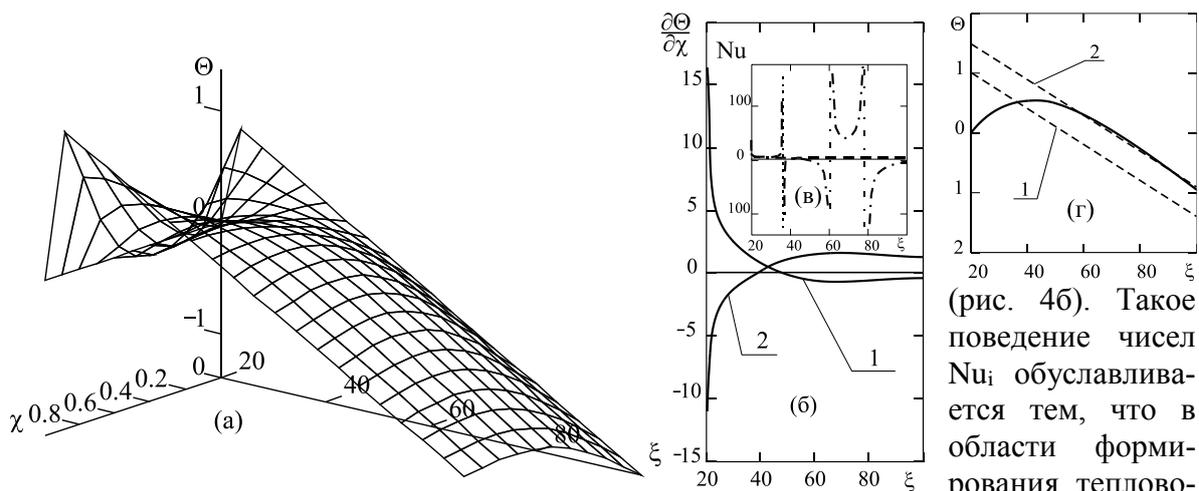


Рис. 5. Течение с параметрами: $Pe = 10^4$, $\xi_0 = 20$, $\xi_1 = 100$, $\alpha = 90^\circ$, $b_1 = -0.03$, $b_2 = -0.03$, $\Theta_2 = 1.5$. (а), (б) – обозначения те же, что и на рис. 2; (в) – распределение Nu_1 – пунктирная линия, Nu_2 – штрихпунктирная; (г) – изменение безразмерной среднемассовой температуры вдоль канала – сплошная линия и безразмерных температур на границах – пунктирные линии: 1 – $\chi = 0$; 2 – $\chi = 1$.

Такое поведение чисел Nu_i обуславливается тем, что в области формирования теплового поля относительное изменение безразмерных тепловых потоков на границах канала вдоль течения

значительнее, чем относительное изменение разности между безразмерными температурами стенок канала и безразмерной среднемассовой температурой потока. Затем в области увеличения чисел Nu_i ситуация меняется на обратную, и, в результате, в пределах канала стабилизация теплообмена не происходит.

При течении с параметрами $Re = 10^4$, $\xi_0 = 20$, $\alpha = 90^\circ$, $b_1 = b_2 = -0.03$, $\Theta_2 = 1.5$ безразмерные температуры границ канала вблизи входа положительны, поэтому и безразмерные тепловые потоки на границах (33) положительны, вследствие чего $\bar{\Theta}$ в начале течения увеличивается (рис.5). Но далее вдоль течения уменьшение безразмерных температур границ приводит к обращению тепловых потоков на границах канала и уменьшению $\bar{\Theta}$. Числа Нуссельта (31), в данном случае, имеют разрывы при значениях координаты ξ , где среднемассовая температура сравнивается с температурой стенок канала (рис. 5б).

В случае теплообмена с параметрами $Re = 10^4$, $\xi_0 = 20$, $\alpha = 15^\circ$, $b_1 = -0.03$, $b_2 = 0.03$, $\Theta_2 = -1$ изменение температур на границах канала имеет антисимметричный характер, поэтому тепловые потоки (33) практически равны по абсолютной величине, но имеют противоположные знаки (рис. 6). Безразмерная среднемассовая температура отличается от 0, хотя и незначительно, и имеет немонотонный характер изменения вдоль

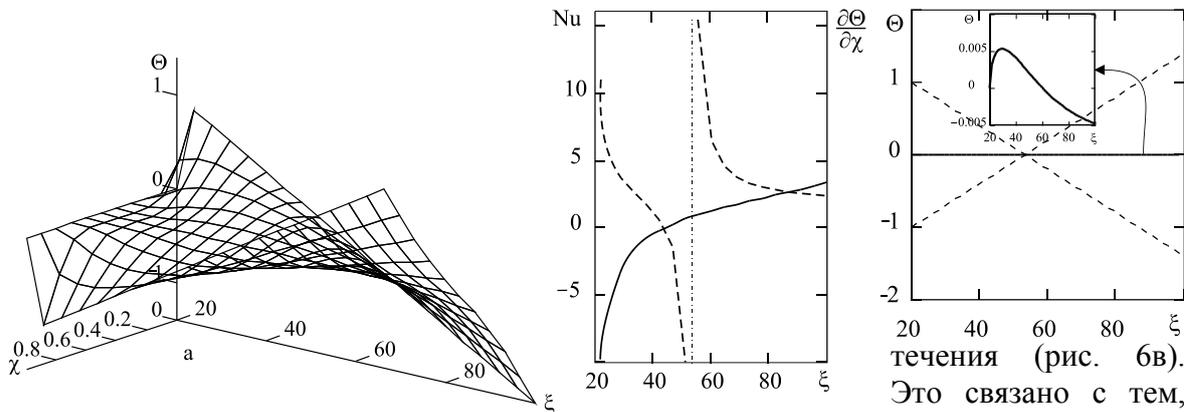


Рис. 6. Течение с параметрами: $Re = 10^4$, $\xi_0 = 20$, $\xi_1 = 100$, $\alpha = 15^\circ$, $b_1 = -0.03$, $b_2 = 0.03$, $\Theta_2 = -1$. (Обозначения те же, что и на рис. 2)

наибольшее отличие, поэтому расход жидкости с положительной безразмерной температурой здесь больше, чем с отрицательной. Далее вдоль течения различие в кривизне поверхностей уменьшается, и $\bar{\Theta}$ асимптотически стремится к 0. Если увеличить α до 90° при постоянных остальных параметрах, то $\bar{\Theta} = 0$ на протяжении всего канала. Заметим, что вследствие изменения температуры границ вдоль канала тепловые потоки на границах канала изменяют направление, а температура жидкости вблизи стенок канала изменяет знак (рис. 6). Числа Nu_i в этом случае имеют разрывы практически при одном значении ξ вследствие незначительного отличия $\bar{\Theta}$ от 0.

Точность расчета может быть проверена с помощью закона сохранения энергии:

$$c\rho Q(\Delta\bar{T} - T_0) = 2\pi \int_{R_0}^{R_1} [(q_1 - q_2)R \sin \alpha + hq_2 \cos \alpha] dR, \quad (37)$$

где q_1 и q_2 – тепловые потоки на границах канала, $\chi = 0$ и $\chi = 1$ соответственно. В безразмерном виде (19) запишется:

$$Re\bar{\Theta} = 2 \left\{ \int_{\xi_0}^{\xi} \left[\left(\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1} - \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0} \right) \sin \alpha - \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1} \cos \alpha \right] d\xi \right\}. \quad (38)$$

Расчеты показывают, что правая и левая часть (37) совпадают с точностью, с которой выполняются вычисления.

Обозначения

a- коэффициент температуропроводности, м²/с; b₁, b₂- линейные коэффициенты изменения температуры поверхностей канала; c- удельная теплоёмкость, Дж/кг К; h- ширина канала, м; P, P₀- давление текущее и на входе, Па; Q-объёмный расход, м³/с; R - координата радиальная, м; T, T₀- температура текущая и на входе в канал, К; T₁, T₃- температура границы, образованной внешним конусом на входе в канал и выходе из него, К; T₂, T₄- температура границы, образованной внутренним конусом на входе в канал и выходе из него, К; V, V₀- скорость текущая и на входе в канал, м/с; x', y', z'- декартовы координаты, м; α- половина угла раскрытия конуса, рад; λ- теплопроводность жидкости, Вт/(м·К); γ- динамический коэффициент вязкости, Па·с; ρ- плотность, кг/м³; X- поперечная биконическая координата, м; $Gn = \frac{\gamma V_0^2}{\lambda \Delta T_{\text{теол}}}$ - число Нема-Гриффита,

$Pe_0 = \frac{V_0 h c_p}{\lambda}$ - число Пекле на входе в канал, $Re = \frac{h V_0 \rho}{\gamma}$ - число Рейнольдса.

Литература

1. Joshi M. V. Dies for plastics extrusion. Delhi: Macmillan. India Limited, 1984. 176 p.
2. Sors L., Bardocz L., Radnoti I. Plastic molds and dies. Budapest: Akademiai Kiado, 1980. 495 p.
3. Ульев Л.М. Медленные течения между соосными коническими поверхностями // ИФЖ. 1998. Т. 71, №. 6. С. 1092- 1098.
4. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. Механика. Машиностроение. Харьков, ХГПУ. 1997. Вып. 7. Ч. 2. С. 22-31.
5. Ульев Л.М, Товажнянский Л.Л. Теплообмен при ламинарном течении между коаксиальными эквидистантными коническими поверхностями. Диффузорное течение // Вестник ХГПУ. Харьков, ХГПУ. 1998. Вып. 10. С. 3-12.
6. Ульев Л.М. // Неизотермическое течение расплавов термопластичных полимеров в коническо-цилиндрических фильерах // ТОХТ. 1996. Т. 30, №. 6. С. 583- 590.
7. Пономаренко В.Г., Потеня Г.Ф., Ульев Л.М. и др. // Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра. // ИФЖ. 1990. Т. 59, №. 1. С. 158- 159. Деп. В ВИНТИ 19.02.90, рег. № 982-В90.
8. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия, 1984. 632 с.
9. Гольдин А.М., Карамзин В.А. Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования. М.: Агропромиздат, 1985. 264 с.
10. Лыков А.В. Тепломассообмен. М.: Энергия, 1972. 560 с.